SESION 15

LA HIPÉRBOLA

I. CONTENIDOS:

1. Hipérbolas.
2. Hipérbolas con centro en el origen.
3. Hipérbolas con centro fuera del origen. (Verticales y horizontales).

II. OBJETIVOS:

Al término de la Clase, el alumno:

- Conocerá el concepto de hipérbola.
- Aprenderá a graficar una hipérbola destacando las partes más importantes.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

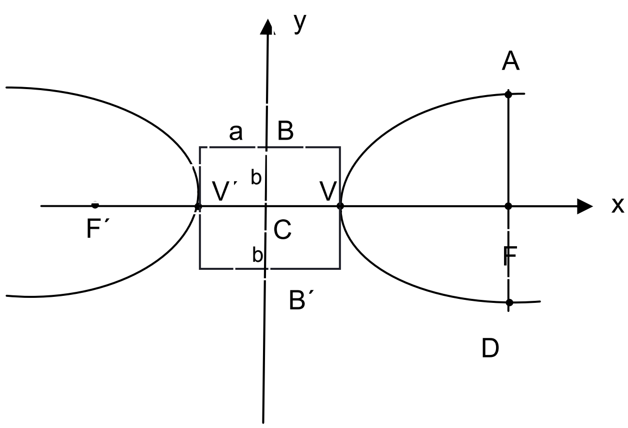
Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- ¿Sabes qué es una hipérbola?
- Ayer hablamos de la excentricidad ¿Cómo la definirías?
- ¿Qué relación hay entre las ecuaciones de circunferencias, parábolas y elipses?

IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1.1. Hipérbolas

La hipérbola es el lugar geométrico de todos los puntos del plano en la cual la diferencia de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, tomada en un valor absoluto, es igual a una constante.



V (a, o)   V´(- a, o)
F (c, o)   F´(-c, o)
AD = Lado Recto

$\overline{VV}\,'$ = Eje transverso (2a)

Recta que contiene a los focos = Eje focal (2c)

En la hipérbola
$c > a$

Excentricidad → $e = \frac{c}{a}$

En la hipérbola
$e>1$

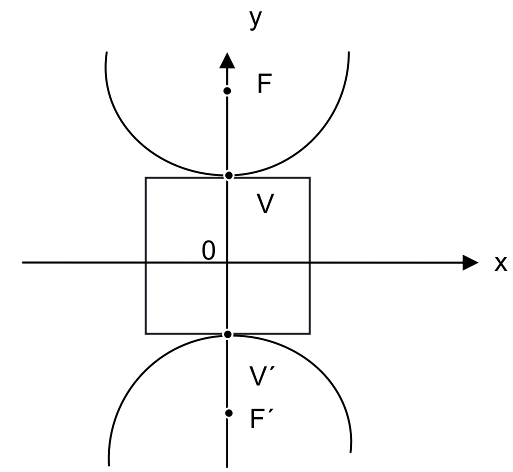
BB´ = Eje Conjugado

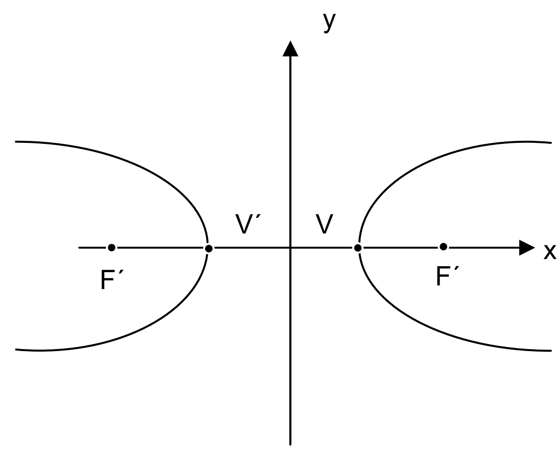
$LR = \frac{2b^2}{a}$

$b^2 = c^2 - a^2$

2.1. Hipérbolas con el centro en el origen

Las ecuaciones y formas de este tipo de hipérbolas se muestran en las siguientes figuras.





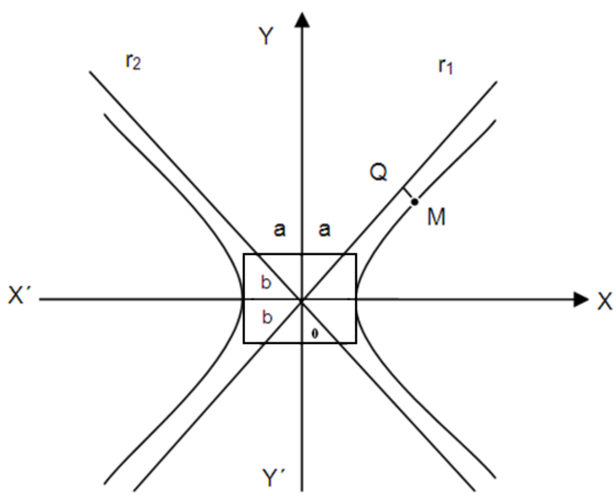
Eje focal el eje Y

$$\boxed{\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1}$$

Eje Focal Eje X

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

Asíntotas de una hipérbola:



Las rectas determinadas por las diagonales del rectángulo son las asíntotas y sus ecuaciones son:

$y = \pm \frac{b}{a} x \rightarrow$ Eje focal en X

$Y = \pm \frac{a}{b} X$ Eje focal en Y

Ejemplo: La ecuación de una hipérbola es $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ Determinar las coordenadas de los vértices, los focos, la longitud del lado recto, la excentricidad, las longitudes del eje transverso y la distancia focal. La hipérbola es de la forma:

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ por lo que:

$a^2 = 9$	$b^2 = 4$	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$
$a = 3$	$b = 2$	$c = \sqrt{9 + 4}$
		$c = \sqrt{13}$

Entonces:

V (3, 0) F ($\sqrt{13}$, 0) Eje transverso = 2a

V´ (-3,0) F´(- $\sqrt{13}$, 0) Eje transverso = 6

Asíntotas

LR = $\frac{2b^2}{a}$ E = $\frac{c}{a}$ Y = $\frac{b}{a}$ x Y = - $\frac{b}{a}$ X

LR = $\frac{2(4)}{3}$ $\boxed{e = \frac{\sqrt{13}}{3}}$ $\boxed{Y = \frac{2}{3}x}$ $\boxed{Y = -\frac{2}{3}X}$

$\boxed{LR = \frac{8}{3}}$

3.1. Hipérbola con centro fuera del origen. (Verticales y horizontales)

Las ecuaciones para estos casos son las siguientes:

$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ Eje focal en X

$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ Eje focal en Y

Las coordenadas de los vértices y focos se determinan igual que en la elipse fuera del origen. Las ecuaciones de las asíntotas son:

$Y - k = \pm \frac{b}{a}(x-h)$ Eje focal en X

$Y - k = \pm \frac{a}{b}(x-h)$ Eje focal en Y

Ejemplo:

La ecuación de una hipérbola es $\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y+2)^2}{9} = 1$ Determinar:

1. *Las coordenadas del centro.*
2. *Los vértices.*
3. *Los focos.*
4. *Las ecuaciones de las asíntotas.*

1. El eje focal está sobre X de tal modo:

$a^2 = 16$ $b^2 = 9$ $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

a = 4 b = 3 c = $\sqrt{16+9}$

c(1, -2) c = $\sqrt{25}$

c = 5

2. Las coordenadas de los vértices son:

V (h + a, k) V´ (h - a, k)

V (1 + 4, - 2) V´ (1 - 4,- 2)

V (5, -2) V´ (-3, -2)

3. Los focos son:

F (h + c, k) F´ (h - c, k)

F (1 + 5, -2) F´ (1 - 5, -2)

F (6, -2) F´ (-4, -2)

4. Ecuaciones de las asíntotas.

$Y – k = \frac{b}{a}(x – h)$ $Y – K = -\frac{b}{a}(x – h)$

$Y + 2 = \frac{3}{4}(x-1)$ $Y + 2 = -\frac{3}{4}(x-1)$

V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:

1. Los vértices de una hipérbola son los puntos (2,0) y (-2,0) y sus focos los puntos (3,0) y (-3,0). Determina su ecuación y excentricidad.

2. Determina la excentricidad y los vértices de la hipérbola: $9y^2 - 4x^2 = 36$

3. Los vértices de una hipérbola son (0, 4) y (0, -4) y su excentricidad es de $\frac{2}{3}$.Determina su ecuación y las coordenadas de sus focos.

B. Resuelve el Problema Reto.

Halla la ecuación de la hipérbola que pasa por el punto (2,3), tiene su centro en el origen, su eje transverso está sobre el eje Y, y una de sus asíntotas es la recta:

- $2y – \sqrt{7}\,x = 0$.

Universidad América Latina
Av. Cuauhtémoc 188-E
Fracc. Magallanes
C.P. 39670
Acapulco, Guerrero, México
www.ual.edu.mx

2010

Para cualquier comentario o sugerencia relativa a los **Servicios**, **Personal Docente**, **Administrativo** ó **Guías de Estudio**, favor de comunicarse a los teléfonos:

Dirección General:
01 (33) 47-77-71-00 ext. 1000 con Claudia Ley de 10:00 a 16:00 Hrs.
Coordinación de Asesores:
01 (33) 47-77-71-00 ext. 1013 con el Lic. Miguel Machuca García de 08:00 a 17:00 Hrs.

e-mail: **vicerrectoria@ual.edu.mx**